(問題３１)

点 A$(a,\ b)$は中心 O$(0,0)$,半径１の円の内部およびその周上を動き，点 P$(p,\ q)$は中心 O′（4,0)， 半径１の円の内部およびその周上を動くものとする。このとき、 $k=\frac{a+b-p-q}{a-b-p+q}$ とおく。次の問に答えよ。

(1) 直線ＡＰの傾きをmとする。kをmを用いて表せ。

(2) kの取り得る範囲を求めよ。

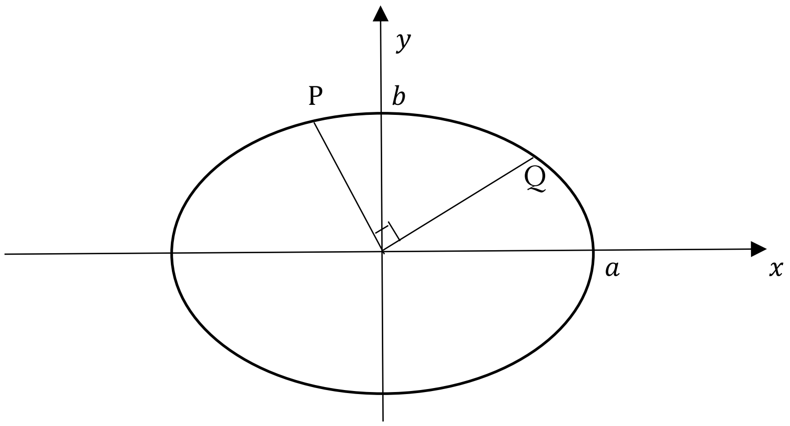
(問題３２)

(1) $a,\ b,\ c$が整数で， $1 \leq a \leq b \leq c$かつ$abc = a + b + c$のとき，$ab \leq 3$ であることを示せ。

(2) $1 \leq a \leq b \leq c$かつ$abc = a + b + c$を満たす整数a，b，cをすべて求めよ。

(問題３３)

原点 O を中心とする楕円の１つの焦点を F とする。楕円上の点を図のように点 P,Q を線分 OP,OQ が直交するようにとるとき， $\frac{1}{\mathrm{OP}^2}+\frac{1}{\mathrm{OQ}^2}$＝(一定) となることを示せ。



(問題３４) 焦点 F を極とする極方程式$r(1 + e\cos\theta) = l$，$(0 < e < 1,\ l > 0)$の楕円上に 弦ＰＱ，ＲＳが焦点Ｆを通るように点 P,Q,R,S をとるとき， $\frac{1}{\mathrm{PF}\cdot\mathrm{QF}}+\frac{1}{\mathrm{RF}\cdot\mathrm{SF}}$ が一定となることを示せ。

(問題３５)

xy平面において、連立不等式$|x| \leq \pi$，$\cos x + \sqrt{1-y^2} \geq 0$ の表す領域を図示せよ。

(問題３６)
曲線C: $y=x^3-kx$上の点Ｐ(a,a^3-ka)における接線lが，曲線Cと点Ｐと異なる点Ｑで交わっている。点Ｑにおける接線が直線lと直交しているとき，次の問いに答えよ。
(1)点Ｑの座標をaとkを用いて表せ。
(2) kの取り得る値の範囲を求めよ。

(問題３７)
曲線C：$y=x^4-2x^2$上の点Ｐ$(t,f(t))$における接線が点Ｐ以外の相異なる２点で曲線Cと交わるような実数tの範囲を求めよ。

(問題３８)
(1) $\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\cdots+\frac{1}{(n-1)n(n+1)}\ (n\geq2)$を求めよ。
(2) $\frac{1}{1^3}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{n^3}<\frac{5}{4}$が成立することを示せ。

(問題３９)
kを自然数とする。級数$\sum_{n=1}^{\infty}\{(\cos x)^{n-1}-(\cos x)^{n+k-1}\}$ がすべての実数xに対して収束するとき、次の各問いに答えよ。
(1) kの条件を求めよ。
(2) 上の級数の和を$f(x)$とおくとき，関数$f(x)$は$x=0$で連続でないことを示せ。

(問題４０)
xy平面上の放物線A: $y=x^2$,B: $y=-(x-a)^2+b$は異なる２点Ｐ(x_1,y_1)，Ｑ(x_2,y_2),$(x_1>x_2)$で交わるとする。
(1) $x_1-x_2=2$が成り立つときbをaで表せ。
(2) $x_1-x_2=2$を満たしながらa, bが変化するとき，直線ＰＱの通過する領域を求め図示 せよ。