

5-2 同一次元オブザーバの設計

以上では、すべての状態変数は直接測可能と仮定したが、実際には、そのような場合は少ない。このときには、制御入力と測定出力から状態変数を再現すればよい。このような機構を**オブザーバ**、あるいは、**状態観測器**という。

(A, B) が可制御である、 m 入力の制御対象

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad : A(n \times n), B(n \times m) \quad (5.1)$$

に対して、測定出力が l 次元で

$$y(t) = Cx(t) \quad : C(l \times n) \quad (5.16)$$

で与えられているものとする。

システム(5.1), (5.16)に対し、それと同一の次元のシステム

$$\dot{\hat{x}} = (A - KC)\hat{x}(t) + Ky(t) + Bu(t) \quad (5.17)$$

ここで、 $K(n \times l)$ は**ゲイン行列**と呼ばれる。

$A - KC$ が安定行列にできればどんな初期推定誤差に対しても $t \rightarrow \infty$ で、 $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$

となり、 $\hat{x}(t)$ は $x(t)$ の再現値としても使える。

このときシステム(5.1), (5.17)の次元が等しいので、システム(5.17)を**同一次元オブザーバ**と言う。

[定理 5.2] (C, A) が可観測であることと、 $A - KC$ の固有値を任意の値 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ に設定する K が存在することは等価である。

同一次元オブザーバの極を $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ に設定する K は $A^T - C^T F$ の固有値を $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ に設定する F を求め、次いで $K = F^T$ とすることによって得られる。

5-3 最小次元オブザーバ

状態変数変換をすれば出力も1つの状態変数となるので、式(5-16)が成り立てば、 l 個の状態変数が直接測定できたことになる。よって、オブザーバは残りの $n - l$ 個の状態変数だけを再現すればよく、このときには、その動的次元も $n - l$ に下げることができる。このようにして、次元が下げられたオブザーバを**最小次元オブザーバ**という。ルーエンバーガによって導かれた、オブザーバとなるための条件について述べる。

システム(5.1), (5.16)にある次元のシステム

$$\dot{\omega}(t) = \hat{A}\omega(t) + Ky(t) + \hat{B}u(t) \quad (5-23a)$$

$$\hat{x}(t) = D\omega(t) + Hy(t) \quad (5-23b)$$

を接続してみる。このとき、係数行列に次の(i)(ii)の関係があると $\hat{x}(t) \rightarrow x(t) (t \rightarrow \infty)$ となり

システム(5-23)は（ルーエンバーガの）オブザーバと呼ばれる。

(i) ある行列 M が存在し

$$\hat{A}M = MA - KC$$

$$I_n = DM + HC$$

となること。 $\hat{B}$ は M が定まったならば

$$\hat{B} = MB$$

にとること。

(ii) $\hat{A}$ が安定行列であること。