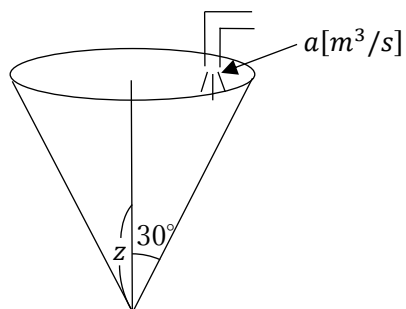


(問題 5 5)

図のように鉛直から角度 30° の容器に蛇口から毎秒 a の水が流れ込んでいる。

(1) 水の水面の高さ z のときの水の体積 V を求めよ。

(2) 水の水面の高さ h のときの水面の上昇速度を a と h を用いて表せ。



(解答)

(1)

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi \left(\frac{z}{\sqrt{3}} \right)^2 z \\ &= \frac{\pi}{9} z^3 \end{aligned}$$

(2)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{9} 3z^2 \frac{dz}{dt}$$

水面の高さが $z = h$ のとき、 $\frac{dV}{dt} = a$ より

$$\frac{dV}{dt} = a = \frac{\pi}{9} 3h^2 \frac{dz}{dt}$$

$$\therefore \frac{dz}{dt} = \frac{3a}{\pi h^2}$$