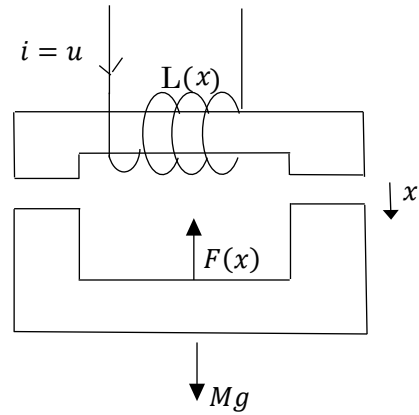


システム制御理論入門 演習問題[2-1]

図は磁気浮上車を簡単に模擬したものである。



ギャップ長 x としたとき、インダクタンス $L(x) = \frac{l}{x}$, 吸引力が $F(x) = \frac{Ki^2}{2x^2}$

となることを適当な仮定のもとで導出せよ。次にこのシステムを記述する非線形状態方程式を求め、適当な近傍で近似せよ。

(解答)

$$\text{磁気抵抗} : R_m = \frac{l}{\mu_0 S} \quad l = 2x$$

$$\text{インダクタンス} : L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{\mu_0 S N^2}{2x} = \frac{K}{x}$$

$$F(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} L(x) i^2 \right] = \frac{K u^2}{2x^2}$$

$$\text{運動方程式} : M\ddot{x} = Mg - \frac{K u^2}{2x^2} = Mg - \frac{K u^2}{2x^2}$$

$$\text{平衡点では} Mg - \frac{K u_0^2}{2x_0^2} = 0$$

$$u_0 = \sqrt{2Mgx_0^2/K}$$

$$Mg - \frac{K u^2}{2x^2} = f(u, x)$$

$f(u, x)$ をテーラー展開すると

$$\frac{\partial f(u, x)}{\partial x} = Ku^2/x^3$$

$$\left. \frac{\partial f(u, x)}{\partial x} \right|_{(u_0, x_0)} = \frac{Ku_0^2}{x_0^3} = \frac{K2Mgx_0^2/K}{x_0^3} = 2Mg/x_0$$

$$\left. \frac{\partial f(u, x)}{\partial u} \right|_{(u_0, x_0)} = -\frac{Ku}{x_0} = -\frac{K\sqrt{\frac{2Mgx_0^2}{K}}}{x_0^2} = -\sqrt{2MgK/x_0}$$

$$\therefore M\ddot{x} = \left. \frac{\partial f(u, x)}{\partial x} \right|_{(u_0, x_0)} x + \left. \frac{\partial f(u, x)}{\partial u} \right|_{(u_0, x_0)} u = \left(\frac{2Mg}{x_0} \right) x - \sqrt{2MgK/x_0^3} u$$