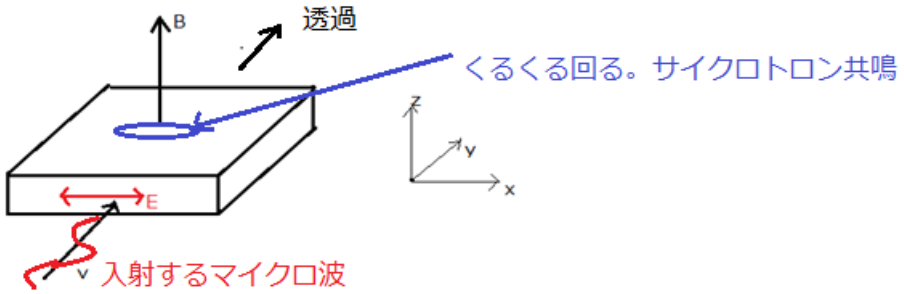
ホール効果→サイクロトロン共鳴



$\frac{dv}{dt} = 0$

$F \ = -e(E + v \times B)$ ①

このとき、外場を印加したときの運動方程式は

$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \frac{m}{\tau}v = -e(E + v \times B)$ ②

で表される。

磁場Bが$B = (0,0,B_z)$,$E = (E_x, E_y, E_z)$と表されるときを考える。

ただし$\omega_c = \frac{eB_z}{m}$をサイクルトロン周波数という。

（１） 印可した磁場Bが定常磁場とし、電場Eが交流電場とする。

$E \ = (E_x \exp(i\omega t), 0,0)$と表されるとする。電子の速度は交流電場による電場の振動に追随して変動すると仮定し、電子の速度を求めよ。

（２）(1)の結果から、単位時間当たりに吸収されるエネルギーP を求めよ。

P は電流密度J を用いて$P \ = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[J \cdot E]$で表される。

(解)$v = v_0 e^{i\omega t}$

これを②式に代入して

$m(i\omega + \gamma)v_0 e^{i\omega t} = -e(E + v \times B)$

$$m\left(i\omega + \frac{m}{\tau}\right)\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = -e\begin{pmatrix} E_{x,} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + e\begin{pmatrix} v_y B_z \\ -v_x B_z \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_z = 0$$

$$\begin{pmatrix} m(i\omega + \gamma) & eB_z \\ -eB_z & m(i\omega + \gamma) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -eE_x \exp(i\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} + e\begin{pmatrix} v_y B_z \\ -v_x B_z \end{pmatrix}$$

$\tau = \frac{1}{\gamma}$,

$\therefore \ v_x = \frac{e\tau}{m}\frac{(1+i\omega\tau)E_x}{(1+i\omega\tau)^2 + \omega_c^2\tau^2}$

$\therefore\ v_y = \frac{e\tau}{m}\frac{\omega_c \tau E_x}{(1+i\omega\tau)^2+\omega_c^2\tau^2}$

(2) x方向の電流密度$j_x = (ne)(-v_x)$

$\therefore\ P\ = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[J_x \cdot E_x] = \frac{1}{4}\frac{ne^2\tau}{m}E_x^2\left[\frac{1}{(\omega-\omega_c)^2\ \tau^2+1} + \frac{1}{(\omega+\omega_c)^2\ \tau^2+1}\right]$