

(問題 5 1)

1 から 10 までの数から異なる 3 つの数を選び出すとき最大の数が 8, 最小の数が 4 以下である確率を求めよ。

(問題 5 2)

1 から 7 までの数の順列で (1 は常に 2 より左。3 は 2 より常に右) の順序にあり 6, 7 (6 は常に 7 より左) もこの順序にあるようにしたい。このような並べ方は何通りあるか。

(問題 5 3)

T と書かれたカードが 4 枚, O と書かれたカードが 3 枚, R と書かれたカードが 2 枚, I と書かれたカードが 1 枚, 計 10 枚のカードから順に 7 枚のカードを取り出して左から順に並べる試行の結果 TOTTORI となる確率を求めよ。

(問題 5 4)

A B C D 4 種類の商品をそれぞれ  $a$  個,  $b$  個,  $c$  個,  $d$  個 合わせて 10 個買うものとする。ただし  $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1, d \geq 1$  とする。買い方には全部で何通りあるか。

(問題 5 5)

鉛直から角度  $30^\circ$  の容器に蛇口から毎秒  $a$  の水が流れ込んでいる。

(1) 水の水面の高さ  $z$  のときの水の体積  $V$  を求めよ。

(2) 水の水面の高さ  $h$  のときの水面の上昇速度を  $a$  と  $h$  を用いて表せ。

(問題 5 6)

定直線上の定点において定直線に接するようすべての円に、直交する曲線の方程式を求めよ。

(問題 5 7)

各自然数  $n$  に対し  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n+ik}$  の実部、虚部をそれぞれ  $A_n, B_n$  とするとき、極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$  と  $\lim_{n \rightarrow \infty} B_n$

を求めよ。ただし  $i$  は虚数単位である。

(問題 5 8)

不等式

$$\frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{n^3} < \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{1}{n^2} \right)$$

を証明せよ。

(問題 59)

放物線  $y = x^2 - 4$  … ① と、直線  $y = 3x$  … ② について次の問いに答えよ。

- (1) ① と ② の交点を求めよ。
- (2) ① と ② で囲まれた部分を、 $x$  軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

(問題 60)

次の有理数列について以下の問いに答えよ。

(\*)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots$

- (1) 数列(\*)の第 3750 は第何項になるか。
- (2) 数列(\*)の第 1000 項の数を求めよ。
- (3) 初項から第 1000 項までの和を求めよ。