第 3 章

理想気体の状態変化

3.1　理想気体の性質

理想気体の比内部エネルギーuは体積や圧力には無関係で、温度のみの関数であることがジュールの法則から示される。

$$u = u(t) \tag{3.3}$$

理想気体の比エンタルピーは、式(2.16)より$h = u + pv = u + RT$であるから、比内部エネルギーと同様に温度のみの関数となる。すなわち、
ここでは前者の場合を考える。

$$h = \int c_p dT + h_0 = c_p T + h_0 \tag{3.6}$$

3.2 理想気体の可逆変化

(a)等温変化

$$dT = 0$$

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = const.$$

理想気体の内部エネルギーおよびエンタルピーは温度のみの関数なので、

$$du = dh = 0$$

熱力学第 1 基礎式より

$$\delta q = pdv = -vdp$$

単位質量当たりの外部になす仕事は閉じた系では

$$w_{a12} = \int_{v_1}^{v_2} pdv = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

また開いた系では

$$w_{t12} = \int_{p_1}^{p_2} -vdp = RT \ln \frac{p_1}{p_2} = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = W_{12}$$

外部から得られた熱量は式(3.12)より、

$$\delta q = w_{a12} = w_{t12} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}$$

(b)等容変化

$$dv = 0$$

外部仕事は0である。すなわち、

$$w_{a12} = W_{a12} = 0$$

また状態式より、

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = const.$$

となり、温度が圧力に比例する。基礎式より

$$\delta q = du = c_v dT$$

$$q_{12} = u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = c_v (T_2 - T_1) = \frac{1}{\chi - 1} R(T_2 - T_1) = \frac{v}{\chi - 1}(p_2 - p_1)$$

開いた系の外部仕事は、

$$w_{t12} = \int_{p_1}^{p_2} -vdp = -v(p_2 - p_1)$$

(c)等圧変化

$$dp = 0$$

であるから、開いた系の外部仕事は0である。すなわち、

$$w_{t12} = W_{t12} = 0$$

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = const.$$

となり、等圧変化では、温度が体積に比例する。

基礎式より、理想気体に対して、

$$\delta q = \delta h = c_p dT$$

$$q_{12} = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = c_p (T_2 - T_1)$$

すなわち得られた熱量のすべてがエンタルピーの増加に費やされる。閉じた系の外部仕事は、

$$w_{a12} = \int_{v_1}^{v_2} pdv = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1)$$

となる。

(d)断熱変化

$$\delta Q = \delta q = 0$$

外部になす仕事は閉じた系では、

$$w_{a12} = -(u_2 - u_1) = c_v (T_1 - T_2)$$

また開いた系では、

$$w_{t12} = -(h_2 - h_1) = c_p (T_1 - T_2) = \kappa w_{a12}$$

閉じた系の外部仕事は、内部エネルギーの減少に等しい。

開いた系の外部仕事は、エンタルピーの減少に等しい。

(e)ポリトロープ変化

$$pv^n = const.$$
$$Tv^{n-1} = const.$$
$$\frac{T}{p^{\frac{n-1}{n}}} = const.$$

外部になす仕事は

$$w_{a12} = \int_{v_1}^{v_2} pdv = p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v^n} = \frac{1}{n-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2)$$
$$= \frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

$$w_{t12} = \int_{p_1}^{p_2} -pvdp = \frac{np_1 v_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

外部から得られる熱量は

$$q_{12} = u_2 - u_1 + w_{a12} = c_v(T_2 - T_1) - \frac{1}{n-1}(p_2 v_2 - p_1 v_1)$$
$$= c_v(T_2 - T_1) - \frac{R}{n-1}(T_2 - T_1) = \frac{n-\chi}{n-1} c_v (T_2 - T_1)$$

ここで、

$$C_n = \frac{n-\chi}{n-1} c_v$$

となり、C_n はポリトロープ変化の理想気体の比熱を表している。